



Vereniging In Beweging

Biomechanica, 26 mei 2014, deeltentamen 2

Antwoorden en uitwerkingen staan op de laatste pagina's
van dit document

Succes met de voorbereiding!

**FACULTEIT DER BEWEGINGSWETENSCHAPPEN, VRIJE UNIVERSITEIT AMSTERDAM
TENTAMEN BIOMECHANICA 2013-2014, DEEL 2, 26 MEI 2014, VERSIE A**

Naam: Studentnummer:

INSTRUCTIE

- Dit is een gesloten boek tentamen
 - Gebruik van een gewone (*geen grafische*) rekenmachine is toegestaan
 - Gebruik van enig ander hulpmiddel is NIET toegestaan
 - Schakel je telefoon volledig uit
 - Beschikbare tijd voor dit tentamen: 90 minuten (anderhalf uur)
 - DEEL A bestaat uit waar/onwaar stellingen
 - DEEL B bestaat uit vraagstukken waarbij alleen het eindantwoord moet worden gegeven
 - DEEL C bestaat uit open vraagstukken waarbij ook de uitwerking moet worden gegeven
 - Verdeel de beschikbare tijd verstandig over de vraagstukken
 - Lees elk vraagstuk goed door voordat je met beantwoording begint
 - Heb je een vraag over een vraagstuk, stel deze vraag dan!
 - Vergeet niet naam en studentnummer in te vullen op elke pagina
 - Leg je collegekaart goed zichtbaar op tafel
- **CONTROLEER DAT DIT TENTAMENFORMULIER BESTAAT UIT 5 PAGINA'S**
- **SLA HET TENTAMEN PAS OPEN WANNEER DAAR TOESTEMMING VOOR GEGEVEN WORDT**
- **LET OP:** Neem in dit tentamen voor de grootte van de zwaartekrachtversnelling steeds $|\vec{g}| = 10 \text{ m/s}^2$.

DEZE TABEL IS VOOR ADMINSTRATIEVE DOELEINDEN; NIET INVULLEN!

| AAA | BBB | CCC | DDD | EEE | FFF | GGG | HHH | III | JJJ | KKK | LLL |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| | | | | | | | | | | | |

VERSIE A... VERSIE A... VERSIE A... VERSIE A... VERSIE A... VERSIE A... VERSIE A

**FACULTEIT DER BEWEGINGSWETENSCHAPPEN, VRIJE UNIVERSITEIT AMSTERDAM
TENTAMEN BIOMECHANICA 2013-2014, DEEL 2, 26 MEI 2014, VERSIE A**

Naam: Studentnummer:

DEEL A: WAAR/ONWAAR VRAGEN (DIT DEEL BEPAALT 1/3 DEEL VAN HET CIJFER)

Instructie: lees elk van de volgende stellingen aandachtig door. Besluit of de stelling waar (W) of onwaar (O) is. Vul je antwoord in, **in de tabel onderaan de lijst met stellingen**; vul een W in voor waar, vul een O in voor onwaar.

1. Het moment van een krachtvector is altijd gelijk aan het product van die krachtvector en de afstand van het aangrijpingspunt tot het draaipunt.
2. De som van de momenten van alle krachten die werken op een *rigid body* is onafhankelijk van het gekozen draaipunt.
3. De hoekversnelling van een *rigid body* is gedefinieerd als de hoek die de versnellingsvector van het massamiddelpunt maakt met de positieve x -as.
4. Op een *rigid body* werkt een koppel. Dit koppel heeft altijd invloed op zowel de versnelling van het massamiddelpunt als de hoekversnelling van het *rigid body*.
5. Een mens kan bij een gegeven positie en snelheid van de bovenarm, onderarm en hand dezelfde versnelling van die segmenten realiseren door verschillende combinaties van spierkrachten.
6. Op een *rigid body* werkt een zuiver moment. Het instantaan vermogen dat door dit zuivere moment aan het *rigid body* wordt geleverd is gelijk aan het moment maal de hoeksnelheid van het *rigid body*.
7. Er zijn situaties waarin de contactwrijvingskracht van lichaam A op lichaam B positieve arbeid verricht op lichaam B.
8. De verandering van de kinetische energie van een puntmassa is altijd gelijk aan de arbeid die tijdens het beschouwde tijdsinterval is verricht door de krachten die op die puntmassa werken.
9. Als er geen slip optreedt tussen het achterwiel van een fiets en de weg, dan is de *propelling efficiency* van fietsen gelijk aan 1.
10. De tijdsafgeleide van de totale kinetische energie van een vervormbaar systeem is altijd gelijk aan de tijdsafgeleide van de term $0.5 \cdot m \cdot |\vec{v}_c|^2$, waarin $|\vec{v}_c|$ de grootte van de snelheid van het massamiddelpunt is.

... ZIE VOLGENDE PAGINA VOOR DEEL B ...

Instructie: vul in de tabel hieronder voor elke stelling van DEEL A een W in voor waar of een O voor onwaar; toelichting is niet nodig!

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| | | | | | | | | | |

VERSIE A... VERSIE A... VERSIE A... VERSIE A... VERSIE A... VERSIE A... VERSIE A

Naam: Studentnummer:

DEEL B: BASISVAARDIGHEIDSVRAGEN (DIT DEEL BEPAALT 1/3 DEEL VAN HET CIJFER; ELK ONDERDEEL WEEGT HIER EVEN ZWAAR)

Instructie: lees elk van de volgende opgaven aandachtig door. Vul alleen het antwoord in, **in de tabel onderaan dit deel van het tentamen**; toelichting is niet nodig. Bij de beoordeling wordt uitsluitend naar het antwoord gekeken; wees dus zeer zorgvuldig bij het rekenwerk! Denk goed na over het teken van je antwoord, en over het verschil tussen een getal en een vector!

LET OP: Neem in dit tentamen voor de grootte van de zwaartekrachtversnelling steeds $|\vec{g}| = 10 \text{ m/s}^2$.

11. Een sprinter staat klaar voor de start in het startblok, we beschouwen deze sprinter in zijaanzicht. We kiezen de oorsprong van het assenstelsel in het aangrijpingspunt van de netto kracht $\vec{F}_{S,V}$ van het startblok S op de voet V . We kiezen de positieve x -as in de renrichting. Voor de positie van het massamiddelpunt c van de sprinter geldt $r_{c,x} = 0.600 \text{ m}$, $r_{c,y} = 0.400 \text{ m}$. De grootte van $\vec{F}_{S,V}$ is 500.0 N ; deze krachtvector maakt een hoek van 0.300 rad met de positieve x -as. Bereken het moment van $\vec{F}_{S,V}$ ten opzichte van c . (Geef 1 decimaal).

12. We beschouwen in bovenaanzicht een draaimolen D die roteert om zijn as Q met $J_{D/Q} = 2000 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. Op de draaimolen zitten 10 kinderen, opgevat als puntmassa's, die zich op een constante afstand van 3 m van de as van de draaimolen bevinden. De massa van elk kind is 30 kg . Ten opzichte van Q is de som van alle momenten op het systeem 'draaimolen plus kinderen' gelijk aan 100 Nm . Bereken de hoekversnelling van de draaimolen in rad/s^2 . (Geef 3 decimalen).

13. De kracht F_{pees} in een massaloos veronderstelde pees wordt volledig bepaald door de rek van de pees, volgens $F_{pees} = 900000 \cdot (L_{pees} - L_0)^2$. Hierin is L_{pees} de lengte van de pees (in m), en is L_0 een constante die de rustlengte van de pees (in m) voorstelt. Bereken de arbeid die op de pees moet worden verricht om de pees uit te rekken van rustlengte tot 0.0100 m boven rustlengte (Geef 2 decimalen.)

14. Een zwemmer levert een constant mechanisch vermogen van 100 W en zwemt met een constante snelheid v door stilstaand water. Zijn *propelling efficiency* bedraagt 0.45 . De waterwrijvingsconstante c_{water} is gelijk aan $30.0 \text{ N} \cdot \text{s/m}$. Bereken, gebruikmakend van de 'vereenvoudigde vermogensvergelijking', de snelheidsgrootte van de zwemmer (Geef 1 decimaal.)

... ZIE VOLGENDE PAGINA VOOR DEEL C ...

Instructie: vul in de tabel hieronder bij elke onderdeel van de vragen van DEEL B het door jou berekende antwoord in; toelichting is niet nodig!

| 11 | 12 | 13 | 14 |
|----|----|----|----|
| | | | |

Naam: Studentnummer:

DEEL C: TOEPASSINGSVRAGEN (DIT DEEL BEPAALT 1/3 DEEL VAN HET CIJFER)

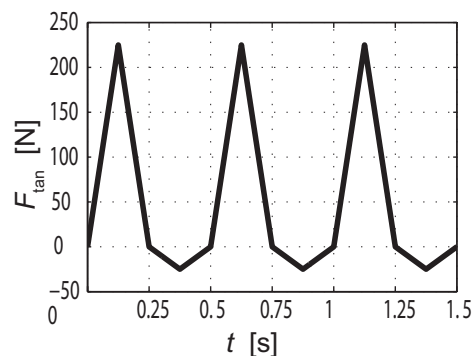
Instructie: Beantwoord deze vraagstukken OP DIT FORMULIER. Geef kort maar duidelijk aan hoe je tot het antwoord bent gekomen; doe je best om je antwoord steeds in strikt mechanische termen te formuleren; de goede aanpak levert hier punten op!

LET OP: Neem in dit tentamen voor de grootte van de zwaartekrachtversnelling steeds $|\vec{g}| = 10 \text{ m/s}^2$

15. We beschrijven een fietser op een horizontale weg in zijaanzicht ten opzichte van een assenstelsel dat met de fiets meebeweegt. De oorsprong van het assenstelsel ligt in de trapas, de positieve x -richting wijst in de rijrichting, de positieve y -richting wijst tegen de zwaartekracht in. We kunnen de krachtvector van rechtervoet op rechterpedaal beschrijven in termen van x - en y -componenten; we zouden deze krachtvector ook kunnen beschrijven in termen van een ‘centripetale’ (langs de crank) en een ‘tangentiële’ (loodrecht op de crank) component.

15a. (2 punten). Voor één van deze vier krachtcomponenten geldt dat het instantaan vermogen ervan op elk tijdstip gelijk is aan nul. Welke? Licht je antwoord toe in mechanische termen.

15b. (5 punten). Een fanatieke fietser heeft een vermogensmeter in zijn fiets gemonteerd. In essentie meet deze de tangentiële kracht van rechtervoet op rechterpedaal, waarbij de kracht positief is als deze in de richting van de beweging van het pedaal wijst. In bijgaande figuur is het verloop van deze tangentiële krachtcomponent F_{tan} weergegeven als functie van de tijd, voor drie opeenvolgende omwentelingen van de crank ($L_{crank} = 0.175 \text{ m}$). We nemen aan dat de hoeksnelheid van de crank hierbij constant is. Bepaal het gemiddeld vermogen (over een volledige cyclus) dat door de tangentiële kracht van rechtervoet op rechterpedaal wordt geleverd.



15c. (3 punten). In werkelijkheid is de hoeksnelheid van de crank niet constant, maar is de grootte ervan het kleinst als de crank verticaal staat; dit komt overeen met $t = 0 + 0.25k$ met $k = 0, 1, 2, \dots$ in bijgaande grafiek. Maakt deze variatie van de hoeksnelheid van de crank uit voor het gemiddeld vermogen geleverd door de gegeven F_{tan} (neem hierbij aan dat de gemiddelde waarde van die hoeksnelheid hetzelfde blijft)? Zo ja, leg in mechanische termen uit waarom en leg uit of het gemiddeld vermogen dan in werkelijkheid hoger of lager zal zijn dan de bij 15b berekende waarde; zo nee, leg in mechanische termen uit waarom niet.

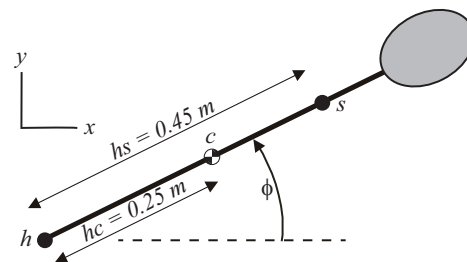
GEEF HIERONDER EN OP DE PAGINA LINKS JE ANTWOORD OP BOVENSTAANDE VRAGEN

Naam: Studentnummer:

VERVOLG DEEL C

LET OP: Neem in dit tentamen voor de grootte van de zwaartekrachtversnelling steeds $|\vec{g}| = 10 \text{ m/s}^2$

16. We beschouwen in zijaanzicht het *free body* ‘romp plus hoofd’ van een gewichtheffer (massa van dit *free body*: $m = 40 \text{ kg}$, traagheidsmoment van dit *free body* ten opzichte van het massamiddelpunt c : $J_c = 4.0 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$). Dit *free body* wordt begrensd door het heupgewricht h en het schoudergewricht s ; zie bijgaande figuur voor verdere gegevens. We analyseren dit *free body* met een invers dynamisch segmentenmodel. Op het beschouwde tijdstip zijn de snelheid en versnelling van h gelijk aan nul. In s werkt een zuiver verticale netto gewrichtsreactiekracht van arm op romp, er geldt $F_{a,r,y} = -1500 \text{ N}$. Verder werkt er rond de schouder een netto gewrichtsmoment van arm op romp, er geldt $M_{a,r} = 40 \text{ N} \cdot \text{m}$. Op het geanalyseerde tijdstip geldt dat $\phi = \pi/6 \text{ rad}$, $\dot{\phi} = 0 \text{ rad/s}$, $\ddot{\phi} = 50 \text{ rad/s}^2$, $a_{c,x} = -6.25 \text{ m/s}^2$, $a_{c,y} = 10.83 \text{ m/s}^2$.



- (5 punten). Bereken de netto gewrichtsreactiekrachtvector die in h werkt van bovenbeen op romp.
- (5 punten). Bereken het netto gewrichtsmoment dat rond h werkt van bovenbeen op romp.

GEEF HIERONDER EN OP DE PAGINA LINKS JE ANTWOORD OP BOVENSTAANDE VRAGEN

ANTWOORDEN EN UITWERKING

DEEL A

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| O | O | O | O | W | W | W | W | W | O |

VERSIE A... VERSIE A... VERSIE A... VERSIE A... VERSIE A... VERSIE A... VERSIE A

DEEL B

| | | | |
|-------|-------|------|-----|
| 11 | 12 | 13 | 14 |
| 102.4 | 0.021 | 0.30 | 1.1 |

VERSIE A... VERSIE A... VERSIE A... VERSIE A... VERSIE A... VERSIE A... VERSIE A

11.

$$M_{F_{S,v}} = F_{S,v,y} \cdot r_{S/c,x} - F_{S,v,x} \cdot r_{S/c,y} = 500 \cdot \sin(0.3) \cdot (-0.6) - 500 \cdot \cos(0.3) \cdot (-0.4) \approx 102.4 \text{ N} \cdot \text{m}.$$

12.

We nemen draaimolen plus kinderen als freebody, en analyseren de momentenvergelijking met Q als draaipunt. De momentensom ten opzichte van Q is gegeven. De momentenvergelijking wordt dus:

$$M_{tot} = J_{tot/Q} \cdot \ddot{\phi}$$

Eerst berekenen we het traagheidsmoment van draaimolen plus kinderen t.o.v. Q :

$$J_{tot/Q} = J_{D/Q} + J_{kids/Q} = 2000 + 10 \cdot (30 \cdot 3^2) = 4700 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Invullen in de momentenvergelijking:

$$100 = 4700 \cdot \ddot{\phi} \text{ en dus } \ddot{\phi} = 0.021 \text{ rad/s}^2$$

13.

We stellen ons voor dat een uiteinde van de pees niet verplaatst en het andere uiteinde Q wel; omdat de pees massaloos is, staat de kracht op de pees, die we F_Q noemen, in de richting van de pees; we definiëren $u_{pees} = L_{pees} - L_0$, dit is dus de rek in de pees. Voor de arbeid van F_Q geldt dan:

$$A_{\vec{F}_Q} = \int_{0.00}^{0.01} \vec{F}_Q \cdot du_{pees} \text{ en dus}$$

$$A_{\vec{F}_Q} = \int_{0.00}^{0.01} 900000 \cdot u_{pees}^2 \cdot du_{pees} = (300000 \cdot u_{pees}^3) \Big|_{0.00}^{0.01} = 300000 \cdot 0.01^3 - 300000 \cdot 0^3 \approx 0.30 \text{ J}$$

14.

De vereenvoudigde vermogensvergelijking voor de zwemmer luidt in algemene vorm:

$$P_{F_{drag}} + P_{F_{voortstuw}} + P_{zwemmer} = \frac{dE_{kin,c}}{dt}$$

Verwerken van $e_p = 0.45$ en van het gegeven dat de snelheid constant is levert dan:

$$P_{F_{drag}} + e_p \cdot P_{zwemmer} = 0$$

Invullen van de gegeven e_p en $P_{zwemmer}$ leert dat $P_{F_{drag}} = -45 \text{ W}$. Voor deze vermogensterm geldt:

$$P_{F_{drag}} = F_{drag} \cdot v_{zwemmer} = -c_{water} \cdot v_{rel} \cdot |v_{rel}| \cdot v_{zwemmer}$$

Als we aannemen dat de zwemmer in de positieve richting zwemt dan krijgen we, gebruikmakend van het gegeven dat het water stilstaat:

$$-45 = -30 \cdot v_{zwemmer}^3 \text{ en dus } v_{zwemmer} = \sqrt[3]{1.5} \approx 1.1 \text{ m/s}$$

DEEL C

15a

Het vermogen van een krachtvector is het inwendig product van die krachtvector met de snelheidsvector van het aangrijpingspunt. Inwendig product is nul als de beide vectoren loodrecht op elkaar staan. In dit geval staat de snelheidsvector van het pedaal loodrecht op de crank (immers, het pedaal maakt een cirkelbeweging rond de trapas); daaruit volgt dat het vermogen van de 'centripetale' krachtcomponent op elk tijdstip nul is. Voor alle andere componenten geldt iets dergelijks niet.

15b

Het gemiddeld vermogen van een kracht tijdens een periodieke beweging is gelijk aan de arbeid per cyclus gedeeld door de cyclustijd:

$$P_{\vec{F},gem} = \frac{1}{T} \cdot A_{\vec{F}}$$

De arbeid per cyclus is gelijk aan de integraal over tijd van het vermogen van de kracht:

$$A_{\vec{F}} = \int_0^T \vec{F} \cdot \vec{v}_{agp} dt$$

In dit geval is de richting van de gemeten tangentiële kracht steeds gelijk aan de richting van \vec{v}_{agp} , waardoor het vectoriële karakter van kracht en snelheid geen rol speelt; hier geldt:

$$A_{F_{tan}} = \int_0^T F_{tan} \cdot v_{pedaal} dt$$

Omdat v_{pedaal} hier constant wordt verondersteld (want de hoeksnelheid van de crank is constant) vereenvoudigt dit tot:

$$A_{F_{tan}} = v_{pedaal} \cdot \int_0^T F_{tan} dt$$

Uit de grafiek volgt dat $T = 0.5$ s, en dus $|\dot{\phi}_{crank}| = 4\pi$ rad/s, en dus $|v_{pedaal}| = 0.7\pi$ m/s. Verder volgt uit de grafiek dat de tijdsintegraal van de kracht over een cyclus gelijk is aan $225/8 - 25/8 = 25$ N · s. Invullen levert nu:

$$P_{F_{tan},gem} = \frac{1}{0.5} \cdot 0.7\pi \cdot 25 = 35\pi \approx 110 \text{ W}$$

15c

Ja, dit maakt wel degelijk uit, want het gemiddelde van het product van kracht en snelheid is in het algemeen niet gelijk aan het product van het gemiddelde van de kracht en het gemiddelde van de snelheid. In dit geval is de snelheid rond $t=0.00, 0.25, 0.50, 0.75 \dots$ blijkbaar laag, en dus rond $t=0.125, 0.375, 0.625, \dots$ blijkbaar hoger. Rond laatstgenoemde tijdstippen is de kracht hoger dan rond eerstgenoemde tijdstippen; verder is de kracht rond $t=0.125$ meer positief dan dat de kracht rond $t=0.375$ negatief is; hieruit volgt dat het gemiddeld vermogen in werkelijkheid hoger is dan de bij 15b berekende waarde.

16a.

De krachtenvergelijking in x-richting luidt:

$$\sum F_x = m \cdot a_{c,x} \text{ en dus } F_{b,r,x} = 40 \cdot -6.25 = -250 \text{ N}$$

De krachtenvergelijking in y-richting luidt:

$$\sum F_y = m \cdot a_{c,y} \text{ en dus } F_{b,r,y} + F_{a,r,y} + G_y = m \cdot a_{c,y}$$

Invullen van de gegevens:

$$F_{b,r,y} - 1500 - 400 \approx 40 \cdot 10.83 \text{ en dus } F_{b,r,y} \approx 1500 + 400 + 40 \cdot 10.83 \approx 2333 \text{ N}$$

Daarmee is de gevraagde krachtvector: $\vec{F}_{b,r} \approx \begin{bmatrix} -250 \\ 2333 \end{bmatrix}$ N

16b.

De momentenvergelijking ten opzichte van het massamiddelpunt luidt:

$$\sum M_F + \sum M_{zuiiver} = J_{/c} \cdot \ddot{\phi} \text{ en dus}$$

$$M_{F_{b,r,x}} + M_{F_{b,r,y}} + M_{F_{a,r,y}} + M_{b,r} + M_{a,r} = J_{/c} \cdot \ddot{\phi}$$

Voor de individuele termen vinden we:

$$M_{F_{b,r,x}} = -F_{b,r,x} \cdot r_y = -F_{b,r,x} \cdot 0.25 \cdot \sin(7\pi/6) = 250 \cdot 0.25 \cdot (-0.5) \approx -31.25 \text{ Nm}$$

$$M_{F_{b,r,y}} = +F_{b,r,y} \cdot r_x = +F_{b,r,y} \cdot 0.25 \cdot \cos(7\pi/6) = 2333 \cdot 0.25 \cdot (-0.866) \approx -505.1 \text{ Nm}$$

$$M_{F_{a,r,y}} = +F_{a,r,y} \cdot r_x = +F_{a,r,y} \cdot 0.20 \cdot \cos(\pi/6) = -1500 \cdot 0.20 \cdot 0.866 \approx -259.8 \text{ Nm}$$

$$M_{a,r} = 40 \text{ Nm}$$

$$J_{/c} \cdot \ddot{\phi} = 4.0 \cdot 50 = 200 \text{ Nm}$$

Invullen van alle waarden levert tenslotte:

$$-31.25 - 505.1 - 259.8 + M_{b,r} + 40 \approx 200 \text{ en dus:}$$

$$M_{b,r} \approx 200 + 31.25 + 505.1 + 259.8 - 40 \approx 956 \text{ Nm}$$