0,50 cent

Tentamen Wiskunde **17 december 2012** **Versie A**

> **Let op:** Gebruik bij goniometrische functies radialen, tenzij anders vermeld.

1.
Gegeven de complexe uitdrukking: $z = 3e^{4i} + 2e^{2i}$
Bepaal de modulus $|z|$ van z.
Afgerond op twee cijfers achter de decimale punt bedraagt deze modulus...

A. 2.75
B. 2.83
C. 2.91
D. 2.99
E. 3.07
F. 3.15

2.
Gegeven is de Taylorreeksontwikkeling in de buurt van $x = x_0$:

$$f_b(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(x - x_0)^k}{k!} f^{(k)}(x_0)$$

Benader de functie

$$f(x) = e^{-\frac{x}{2}} + 2$$

met de eerste vier termen van deze reeksontwikkeling (dus van $k = 0$ t/m $k = 3$) in de buurt van $x = 2$ (dus: $x_0 = 2$).
Bepaal de waarde van de aldus benaderde functie voor $x = 3$.
Afgerond op twee cijfers achter de decimale punt, bedraagt deze waarde...

A. 1.90
B. 1.98
C. 2.06
D. 2.14
E. 2.22
F. 2.30

3.

Met een zogenaamde massaspectrometer kan bij een proefpersoon op een bepaald tijdstip de snelheid worden bepaald waarmee zuurstof (O_2) wordt opgenomen. (in liters per seconde). Aan een proefpersoon wordt een zekere inspanningstaak opgelegd. Aan het begin van die taak en vervolgens steeds na een minuut wordt de O_2-opnamesnelheid bepaald:

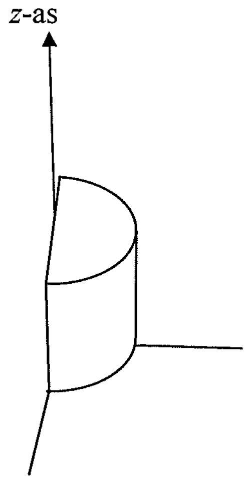
tijd (in minuten)	0	1	2	3	4	5
O_2-opn. snelheid (liter/sec)	0.010	0.040	0.060	0.070	0.075	0.077

Met de trapeziumregel kan, bij een stapgrootte van 1 minuut, de hoeveelheid opgenomen zuurstof worden geschat. In de eerste 5 minuten bedraagt deze, afgerond op 1 cijfer achter de decimale punt...

A. 13.3 liter
B. 14.3 liter
C. 15.3 liter
D. 16.3 liter
E. 17.3 liter
F. 18.3 liter

4.
Voor de halve cilinder in de onderstaande figuur wordt de dichtheid beschreven door de volgende functie (in cilindercoördinaten):

$$\rho(r,\phi,z) = (3-r)e^{-z}$$



De halve cilinder heeft een straal $R = 3$ en strekt zich uit van $z = 0$ tot $z = 5$.
De massa van de cilinder, afgerond op een cijfer achter de decimale punt, bedraagt...

A. 11.0
B. 12.0
C. 13.0
D. 14.0
E. 15.0
F. 16.0

5.
Voor een voorwerp dat over de x-as beweegt, is de volgende differentiaalvergelijking opgesteld:

$$v + 2x = t^2 + 1$$

Hierbij is $x = x(t)$ de plaatsfunctie en $v = v(t)$ de snelheidsfunctie van het voorwerp.
Gegeven is de randvoorwaarde: $x(0) = 0.75$
Bereken waar het voorwerp zich bevindt op t = 1. Afgerond op twee cijfers achter de decimale punt bedraagt $x(1)$

A. 0.00
B. 0.25
C. 0.50
D. 0.75
E. 1.00
F. 1.25

6.
Gegeven is de volgende differentiaalvergelijking:

$$2\frac{dy}{dt} + 3t^2y^2 = 0$$

met de randvoorwaarde: $y(0) = 0.5$
Bereken y op $t = 2$. Afgerond op drie cijfers achter de decimale punt bedraagt $y(2)$ ...

A. 0.117
B. 0.127
C. 0.137
D. 0.147
E. 0.157
F. 0.167

7.
Gegeven is de volgende differentiaalvergelijking:

$$\frac{d^2y}{dt^2}+6\frac{dy}{dt}+13y=0$$

met de randvoorwaarden: $y(0)=5$ en $y(\frac{\pi}{4})=0$.
Bereken y op $t = 1$. Afgerond op vier cijfers achter de decimale punt bedraagt $y(1)$ ...

A. -0.1036
B. -0.2036
C. -0.3036
D. -0.4036
E. -0.5036
F. -0.6036

8.
Een bepaald proces wordt beschreven door de volgende differentiaalvergelijking:

$$\frac{dx}{dt}+2x=t^2+1$$

Hierbij is x een grootheid die afhankelijk is van de tijd t.
Gegeven is de randvoorwaarde $x(0) = 0.75$
Bepaal met de methode van Euler de numerieke oplossing voor x op $t = 1$.
Gebruik daarbij een stapgrootte $h = 0.5$.
Afgerond op drie cijfers achter de decimale punt bedraagt $x(1)$...

A. 0.225
B. 0.425
C. 0.625
D. 0.825
E. 1.025
F. 1.225

9.

Van twee voorwerpen die door de ruimte bewegen worden de posities gegeven door de vectorfuncties:

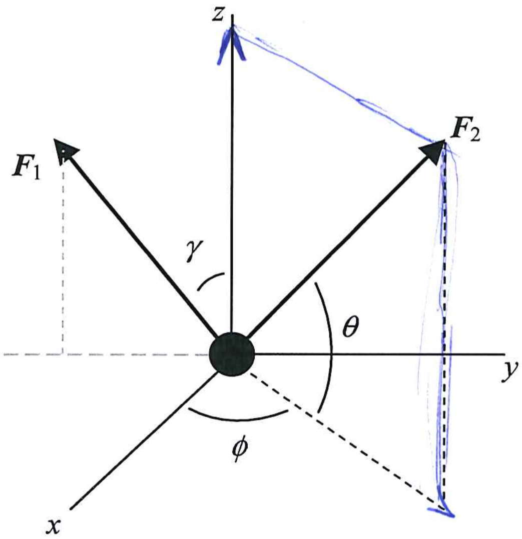
$$r_1(t)=\begin{pmatrix} 3t \\ 3t^2-2 \\ \cos(\pi t) \end{pmatrix} \quad \text{en} \quad r_2(t)=\begin{pmatrix} -2t+10 \\ 4t+2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Op een zeker tijdstip t > 0 komen de voorwerpen met elkaar in botsing. Bereken dit tijdstip en bepaal wat op dat tijdstip de kleinste hoek is die de snelheidsvectoren van beide voorwerpen met elkaar maken. Afgerond op twee cijfers achter de decimale punt bedraagt deze hoek...

A. 0.31 rad
B. 0.41 rad
C. 0.51 rad
D. 0.61 rad
E. 0.71 rad
F. 0.81 rad

10.

Op een voorwerp werken op een zeker tijdstip twee krachten: $\boldsymbol{F}_1$ = 8 N en $\boldsymbol{F}_2$ = 10 N (zie figuur). Kracht $\boldsymbol{F}_1$ ligt in het yz-vlak. De hoek met de z-as is gegeven: $\gamma = 30°$. Voor kracht $\boldsymbol{F}_2$ is de projectie getekend in het xy-vlak. De hoek tussen de kracht en de projectie is gegeven: $\theta = 60°$. Ook de hoek tussen de projectie en de positieve x-as is gegeven: $\phi = 60°$. Bepaal de grootte van de resulterende kracht.



De grootte van de resulterende kracht, afgerond op twee cijfers achter de decimale punt bedraagt...

A. 13.84 N
B. 14.21 N
C. 14.63 N
D. 14.98 N
E. 15.32 N
F. 15.79 N

11.
Voor een punt waarnaar een plaatsvector $\boldsymbol{r}$ wijst en dat met een constante hoeksnelheidsvector $\boldsymbol{\omega}$ een cirkelbaan doorloopt, kan de snelheidsvector $\boldsymbol{v}$ berekend worden met:

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}$$

Voor een zeker moment is gegeven dat $\boldsymbol{\omega} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ en $\boldsymbol{r} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Afgerond op twee cijfers achter de decimale punt bedraagt de grootte van de snelheid op dat moment

A. 6.16
B. 7.27
C. 8.38
D. 9.49
E. 10.60
F. 11.71

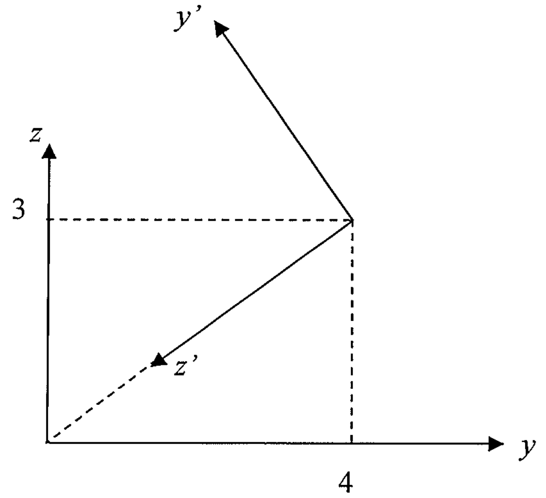
12.
Gegeven is de matrix $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

Van deze matrix kan de inverse matrix ($\boldsymbol{A}^{-1}$) worden bepaald.
De som van de elementen uit de <u>*tweede*</u> kolom van $\boldsymbol{A}^{-1}$ bedraagt...

A. 0.1
B. 0.2
C. 0.3
D 0.4
E. 0.5
F. 0.6

13.

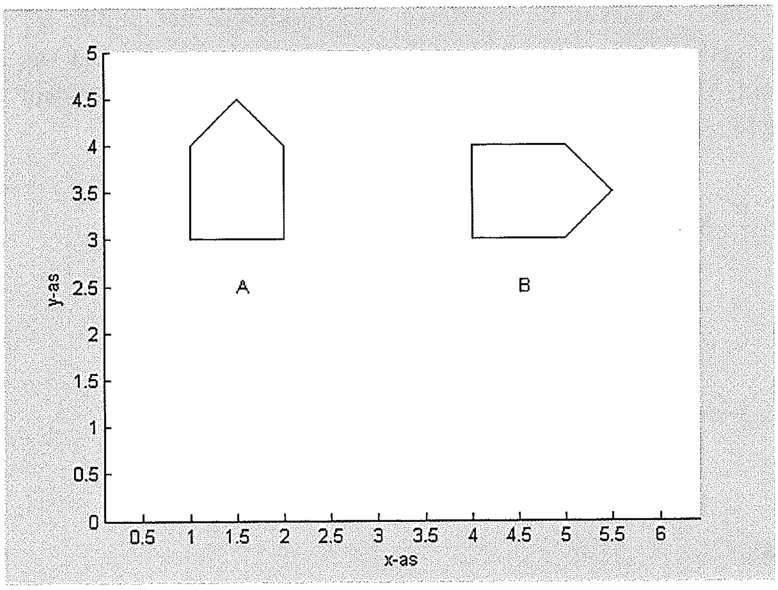
Gegeven een origineel xyz-stelsel waarvan de positieve x-as loodrecht het papier *uit* steekt. Verder gegeven: een getransformeerd $x'y'z'$-stelsel waarvan de positieve x'-as loodrecht het papier *in* steekt. De oorsprong van het nieuwe (geaccentueerde) stelsel bevindt zich in het punt (0,4,3) ten opzichte van het originele stelsel.



Bepaal de matrixoperator A die deze assentransformatie beschrijft (in genormaliseerde homogene coördinaten, afgerond op 1 cijfer achter de decimale punt). De derde rij van deze matrix A bestaat uit de elementen...

A. 0.0 –0.6 –0.8 3.0
B. 0.0 –0.6 –0.8 4.0
C. 0.0 –0.6 –0.8 5.0
D. 0.0 –0.8 –0.6 3.0
E. 0.0 –0.8 –0.6 4.0
F. 0.0 –0.8 –0.6 5.0

14.



Een object (situatie A) wordt verschoven in het xy-vlak over een afstand 3 in de x-richting en over een afstand 0 in de y-richting. Daarna wordt het gedraaid om het punt (4.5, 3.5) over 90° met de wijzers van de klok mee (situatie B).

Welk matrixproduct kan worden gebruikt om deze beweging te beschrijven?

(Ga uit van genormaliseerde homogene coördinaten.)

A. $$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix}$$

B. $$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix}$$

C. $$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix}$$

D. $$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4.5 \\ 0 & 1 & 3.5 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -4.5 \\ 0 & 1 & -3.5 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix}$$

E. $$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4.5 \\ 0 & 1 & 3.5 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -4.5 \\ 0 & 1 & -3.5 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix}$$

F. $$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4.5 \\ 0 & 1 & 3.5 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -4.5 \\ 0 & 1 & -3.5 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix}$$