

**Let op:** Gebruik bij goniometrische functies radialen, tenzij anders vermeld.

1.

Voor een optrekkende auto waarvan het gewicht en de afmetingen bekend zijn, kan een drietal bewegingsvergelijkingen worden opgesteld. Wanneer de beschikbare gegevens worden ingevuld, luiden deze:

$$\begin{aligned} -0.25N_B &= -2000a_G \\ N_A + N_B - 2000(9.81) &= 0 \\ -N_A(1.25) - 0.25N_B(0.3) + N_B(0.75) &= 0 \end{aligned}$$

Hierbij zijn  $N_A$  en  $N_B$  (normaal)krachten, uitgedrukt in Newton en is  $a_G$  de versnelling die de auto ondergaat, uitgedrukt in  $\text{m/s}^2$ .

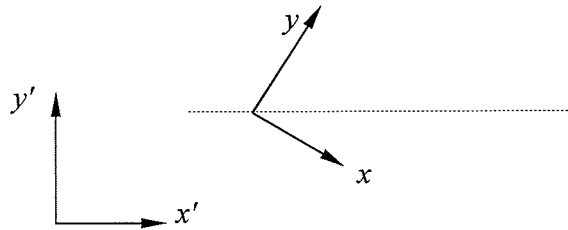
Bereken op grond van het bovenstaande de grootte van de versnelling  $a_G$ . Afgerond op twee cijfers achter de decimale punt bedraagt deze...

- A.  $1.39 \text{ m/s}^2$
- B.  $1.59 \text{ m/s}^2$
- C.  $1.79 \text{ m/s}^2$
- D.  $1.99 \text{ m/s}^2$
- E.  $2.19 \text{ m/s}^2$
- F.  $2.39 \text{ m/s}^2$

2.

Beschouw de assentransformatie zoals die hieronder getekend is.

De oorsprong van het nieuwe  $x'y'$ -stelsel (links) heeft in het originele  $xy$ -stelsel (rechts) de coördinaten  $(-1, -2)$ . Verder is gegeven dat de positieve  $y$ -as een hoek van  $60^\circ$  maakt met de horizontale lijn.



Welke matrixoperator (in genormaliseerde homogene coördinaten, afgerond op drie cijfers achter de decimale punt) hoort bij deze assentransformatie?

A.  $\begin{pmatrix} 0.500 & 0.866 & 1.866 \\ -0.866 & 0.500 & 1.232 \\ 0.000 & 0.000 & 1.000 \end{pmatrix}$       B.  $\begin{pmatrix} 0.500 & 0.866 & 1.732 \\ -0.866 & 0.500 & 1.000 \\ 0.000 & 0.000 & 1.000 \end{pmatrix}$       C.  $\begin{pmatrix} 0.866 & 0.500 & 2.828 \\ -0.500 & 0.866 & 1.414 \\ 0.000 & 0.000 & 1.000 \end{pmatrix}$

D.  $\begin{pmatrix} 0.866 & 0.500 & 1.866 \\ -0.500 & 0.866 & 1.232 \\ 0.000 & 0.000 & 1.000 \end{pmatrix}$       E.  $\begin{pmatrix} 0.866 & 0.500 & 1.732 \\ -0.500 & 0.866 & 1.000 \\ 0.000 & 0.000 & 1.000 \end{pmatrix}$       F.  $\begin{pmatrix} 0.500 & 0.866 & 2.828 \\ -0.866 & 0.500 & 1.414 \\ 0.000 & 0.000 & 1.000 \end{pmatrix}$

3.

Stel, een object doorloopt een baan in het  $xy$ -vlak en de beweging van dit object wordt beschreven met de matrixfunctie:

$$A(t) = \begin{pmatrix} \cos(t) & \sin(t^2) & 3t \\ \sin(2t) & \cos(t) & 5t \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Hierbij is  $t$  de tijd (in seconde) en moeten de argumenten van de goniometrische functies in radialen worden uitgedrukt. Op een zeker tijdstip  $t = 0$  bevindt het object zich in het punt  $(1, 1)$ . Bereken waar het punt zich 2 seconde later bevindt.

De  $x$ -coördinaat van het punt waar het object zich op  $t = 2$  bevindt, bedraagt (afgerond op twee cijfers achter de decimale punt)...

- A. 4.83
- B. 5.83
- C. 6.83
- D. 7.83
- E. 8.83
- F. 9.83

4.

Gegeven:  $z = \frac{12 - 6i}{(1 - i)^2}$ .

Bepaal de modulus van  $z$ .

Nauwkeurig tot op 2 cijfers achter de decimale punt is de waarde hiervan...

- A. 6.71
- B. 6.62
- C. 6.53
- D. 6.44
- E. 6.35
- F. 6.26

5.

Gegeven is de Taylorreeksontwikkeling in de buurt van  $x = x_0$ :

$$f_b(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(x-x_0)^k}{k!} f^{(k)}(x_0)$$

Benader de functie

$$f(x) = \cos(2x) \quad (\text{argument in radialen!})$$

met de eerste vijf termen van deze reeksontwikkeling (d.w.z.  $k = 0$  t/m  $k = 4$ ) in de buurt van  $x = 0$  (dus:  $x_0 = 0$ ).

Bepaal van zowel de originele functie  $f(x)$  als van haar benadering  $f_b(x)$  de functiewaarde voor  $x = 0.5$ . De absolute waarde van het verschil tussen deze beide functiewaardes, afgerond op 4 cijfers achter de decimale punt, bedraagt...

- A. 0.0003
- B. 0.0014
- C. 0.0273
- D. 0.0482
- E. 0.0823
- F. 0.1572

6.

Een zekere functie  $E$  is afhankelijk van  $a, b, c$  en  $t$ :  $E(a, b, c, t) = (4 - (a + bt + ct^2))^2$

Bepaal de afgeleide  $\frac{\partial E}{\partial c}$  van deze functie.

De waarde van deze afgeleide voor  $a = 1, b = 2, c = 3$  en  $t = 2$  bedraagt:

- A. 98
- B. 100
- C. 102
- D. 104
- E. 106
- F. 108

7.

Beschouw de volgende functie:  $f(x) = \frac{1}{3x}$

Bepaal numeriek, namelijk met de trapeziumregel bij een stapgrootte  $h = 1/6$ , de bepaalde integraal op het interval  $[1/6, 4/6]$ :

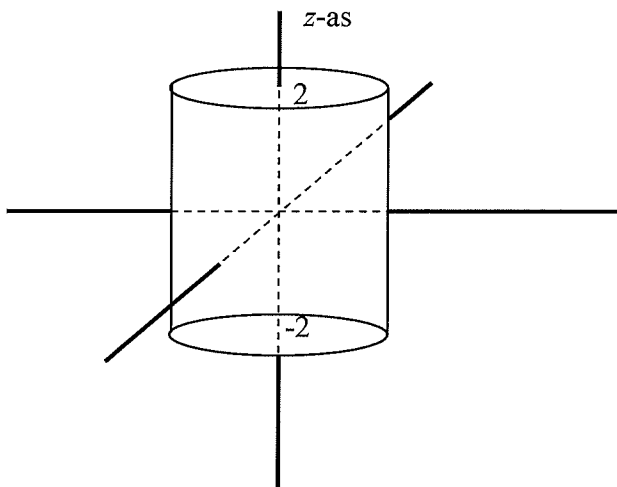
$$\int_{\frac{1}{6}}^{\frac{4}{6}} f(x) dx$$

De gevonden waarde, afgerond op drie cijfers achter de decimale punt, bedraagt:

- A. 0.446
- B. 0.486
- C. 0.526
- D. 0.566
- E. 0.606
- F. 0.646

8.

Voor de cilinder in onderstaande figuur is de dichtheid niet constant. De dichtheid wordt beschreven door de volgende functie (in cilindercoördinaten):  $\rho(r, \phi, z) = (3 - r)z^2$



De cilinder heeft straal  $R = 2$  en strekt zich uit van  $z = -2$  tot  $z = +2$ , waarbij de  $z$ -as door de lengte-as van de cilinder loopt.

De massa van de cilinder, afgerond op één cijfer achter de decimale punt, bedraagt...

- A. 101.7
- B. 111.7
- C. 121.7
- D. 131.7
- E. 141.7
- F. 151.7

9.

Voor een sprinter op de 100 meter geldt de volgende differentiaalvergelijking:

$$m v a = P$$

Hierin is  $v = v(t)$  de snelheid (in m/s) en  $a = a(t)$  de versnelling (in  $\text{m/s}^2$ ) van de sprinter als functie van de tijd. Verder is gegeven dat de massa  $m = 75$  kg en het vermogen  $P = 525$  Watt. Hoeveel seconde na de start (afgerond op 2 cijfers achter de decimale punt) bereikt de sprinter een snelheid van 10 m/s?

- A. 5.56 s
- B. 5.89 s
- C. 6.17 s
- D. 6.32 s
- E. 7.14 s
- F. 7.46 s

10.

Gegeven is de volgende differentiaalvergelijking:

$$\frac{dx}{dt} + 2x = \cos(3t)$$

Bepaal hieruit de algemene oplossing  $x(t)$ . In die oplossing komt een constante voor. Onder de randvoorwaarde  $x(0) = 1$ , bedraagt de waarde van deze constante, afgerond op drie cijfers achter de decimale punt...

- A. 0.246
- B. 0.446
- C. 0.646
- D. 0.846
- E. 1.046
- F. 1.246

11.

De ontwikkeling van een bepaalde epidemiologische parameter  $P$  (een aantal) laat zich beschrijven met de volgende differentiaalvergelijking:

$$\frac{dP}{dt} = \sqrt{P}$$

Hierbij symboliseert  $t$  de tijd (in maanden). Gegeven is dat op  $t = 0$  maanden  $P$  gelijk is aan 100 (dus:  $P(0) = 100$ ). Maak met behulp van de methode van Euler (bij een stapgrootte  $h = 6$  maanden) een numerieke schatting van  $P$  na 1 jaar. Afgerond op een geheel getal is de waarde hiervan...

- A. 236
- B. 264
- C. 292
- D. 320
- E. 348
- F. 372

12.

Uitgedrukt in bolcoördinaten  $(r, \theta, \phi)$  bevindt het ene uiteinde van een lichaamssegment zich in  $(4, 30^\circ, -30^\circ)$  en het andere uiteinde in  $(8, 45^\circ, 135^\circ)$ .

De lengte van dit lichaamssegment, afgerond op 2 cijfers achter de decimale punt, bedraagt...

- A. 9.56
- B. 9.76
- C. 9.96
- D. 10.16
- E. 10.36
- F. 10.56

13.

Op een vlak zijn drie merktekens ( $A$ ,  $B$  en  $C$ ) aangebracht. De rechthoekige coördinaten van deze merktekens zijn:  $A(2, 0, 0)$ ,  $B(0, 3, 0)$  en  $C(0, 0, 3)$ . Loodrecht op het vlak wordt een kracht uitgeoefend van  $\sqrt{17}$  N. Met welke van de onderstaande vectoren kan deze kracht worden beschreven?

- A.  $\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$     B.  $\begin{pmatrix} -3 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix}$     C.  $\begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ -1 \end{pmatrix}$     D.  $\begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$     E.  $\begin{pmatrix} -6 \\ -4 \\ -4 \end{pmatrix}$     F.  $\begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$

14.

Van een voorwerp wordt de plaats gegeven door de vectorfunctie:  $r(t) = \begin{pmatrix} \sin(3t) \\ \cos(3t) \\ 175 - 5t^2 \end{pmatrix}$

(argumenten van sinus en cosinus in radialen)

Bereken voor  $t = 1$  de (kleinste) hoek die de snelheidsvector van het voorwerp maakt met de positieve  $z$ -as. Afgerond op twee cijfers achter de decimale punt bedraagt deze hoek...

- A. 0.85 radialen  
B. 1.25 radialen  
C. 1.85 radialen  
D. 2.25 radialen  
E. 2.85 radialen  
F. 3.25 radialen

Antwoorden

1 B

2 D

3 A

4 A

5 B

6 D

7 B

8 B

9 E

10 A

11 A

12 B

13 B

14 E